

未知信号传播速度下存在时钟同步和传感器误差的多基地定位算法

孙 霆, 王 威, 陈 鹏, 高婧洁

(长安大学信息工程学院, 陕西西安 710064)

摘 要: 现有未知信号传播速度场景下的多基地定位算法在实际场景中受地形、遮挡等因素影响可能无法利用直接路径获取测量值。同时, 这些算法引入了较多辅助变量, 在相对较少数目发射站和接收站场景下也无法实现定位。为了弥补这些不足, 本文对未知信号传播速度下存在时钟同步误差和传感器位置误差的多基地定位问题开展研究, 并提出一种新的闭式算法。所提算法包含两个阶段, 第一阶段利用发射站-目标-接收站这一间接路径的时延观测量, 基于单一辅助变量构建矩阵方程, 随后通过加权最小二乘技术给出初始解。第二步利用未知参数与单一额外变量的关系修正初始估计值, 进一步提升定位精度。理论分析表明所提算法在适度的误差条件下可实现克拉美罗下界 (Cramer Rao Lower Bound, CRLB), 且在较少数目发射站和接收站场景下仍可实现目标位置和信号传播速度估计。仿真实验进一步验证了理论分析, 同时表明所提算法定位精度优于现有算法。

关键词: 未知信号传播速度; 多基地定位; 时钟同步误差; 传感器位置误差; 闭式算法; 克拉美罗下界

基金项目: 陕西省创新能力支撑计划项目 (No.2022TD-41); 陕西省自然科学基金基础研究计划资助 (No.2023-JC-QN-0743); 长安大学中央高校基本科研业务费专项资金资助 (No.300102243101, No.300102243401)

中图分类号: TN971.5

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2023)08-2124-10

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20230046

Multistatic Localization Algorithm Under Unknown Signal Propagation Speed Scenario with Clock Synchronization and Sensor Position Errors

SUN Ting, WANG Wei, CHEN Peng, GAO Jin-jie

(School of Information Engineering, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China)

Abstract: Existing multistatic localization algorithms with unknown signal propagation speed may not obtain measurements according to direct paths due to terrain and occlusion in general scenarios. These algorithms introduce additional variables and cannot determine the target position when the number of transmitters and receivers is relatively small. To overcome these drawbacks, this paper investigates the multistatic localization problem under the unknown signal propagation speed scenario, considering clock synchronization and sensor position errors, and develops a novel closed-form solution. The proposed method consists of two steps: In the first stage, the delay observation measurement of the indirect path of transmitter-target-receiver is used to construct the matrix equation based on a single auxiliary variable, and then the initial solution is given by the weighted least squares technique. In the second stage, the initial estimates are refined by exploiting the relationships between the extra variable and unknown parameters to improve localization accuracy. Theoretical analysis shows that the proposed method can achieve the CRLB (Cramer Rao Lower Bound) under moderate error conditions and can determine the target position and unknown signal propagation speed when the number of transmitters and receivers is small. Numerical simulations confirm the analytical results and show that the proposed method outperforms the state-of-the-art methods.

Key words: unknown signal propagation speed; multistatic localization; time synchronization errors; sensor position errors; closed-form solution; Cramer Rao lower bound

Foundation Item(s): Innovation Capability Support Program of Shaanxi (No.2022TD-41); Natural Science Basic Research Program of Shaanxi (No.2023-JC-QN-0743); Fundamental Research Funds for the Central Universities, CHD (No.300102243101, No.300102243401)

1 引言

多基地定位由于其具有定位精度高,配置灵活和目标覆盖范围广等优点^[1],已广泛应用于多基地雷达、多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)雷达、声呐以及无线传感器网络等领域^[2-5]. 多基地定位中典型的观测量为双基地距离(Bistatic Range, BR)^[6-9],每一个BR测量值可产生一个目标所在的椭球面,其对应的发射站和接收站则为该椭球的两个焦点,因此双基地定位也被称“椭球定位”. 另外,接收站与目标之间的到达角(Angle Of Arrival, AOA)^[10]及目标处于运动状态时的多普勒频移(Doppler Shift, DS)^[11]同样可作为观测信息实现目标定位.

多基地场景下的定位算法可分为闭式解以及非闭式解,应用最广泛的闭式解为两步加权最小二乘算法(Two Stage Weighted Least Squares, TSWLS)及其改进算法^[6-11];此外,典型的多基地定位闭式解还包括球面相交法^[12]、多维标度法^[13]、加权球面插值法^[14]等. 非闭式解主要包括泰勒级数展开算法^[15]以及半定规划算法^[16,17]等.

上述这些算法在适度的测量误差条件下可达到克拉美罗下界(Cramer-Rao Lower Bound, CRLB)^[18]. 为了简化定位模型,这些算法认为信号传播速度准确已知,该假设对于自由空间中信号以光速传播的定位模型是合理的. 然而,对于某些场景可能并非如此,尤其是在水下、地下或固体环境中定位^[19-21]. 因此,文献[22,23]分别提出了两种不同的闭式解法来估计目标位置和未知信号传播速度. 另外,文献[24]针对信号传播速度部分统计知识已知和完全未知两种场景,将非凸定位问题转化为半定规划问题并添加二阶锥约束来估计目标位置和信号传播速度.

上述这三种多基地场景下未知信号传播速度的定位算法^[22-24]在适度的误差条件均可实现CRLB精度,尽管如此,它们依旧存在一些不足. (1)这些算法均需利用发射站-接收站这一直接传播路径产生两条路径的时延观测量,在实际场景中,受遮挡或地形等因素影响直接传播路径可能无法实现^[25],仅可利用间接传播路径. (2)利用两条路径可消除发射站和接收站的时钟同步误差,若仅有间接路径可利用时,忽略时钟同步误差可能会对定位性能产生较大影响. (3)现有算法引入的辅助变量较多,当发射站和接收站的数目较少时,它们可能无法实现定位. 因此,进一步研究未知信号传播速度场景下存在时钟同步误差和传感器位置误差的多基地定位算法具有重要意义.

本文基于研究现状存在的不足,针对未知信号传播速度下存在时钟同步和传感器位置误差的三维多基

地定位问题开展进一步研究并提出一种闭式解,该方法可实现目标位置和未知传播速度联合估计. 仿真实验表明了所提算法的有效性.

2 定位模型

本文考虑在三维场景中利用由 N_t 个发射站和 N_r 个接收站所构成的多基地系统对单一静止目标进行定位. 目标的真实位置向量记为 $\mathbf{u}=(x_u, y_u, z_u)^T$,每个发射站和接收站的真实位置向量分别用 $\mathbf{t}_i=(x_{t_i}, y_{t_i}, z_{t_i})^T$ 和 $\mathbf{s}_j=(x_{s_j}, y_{s_j}, z_{s_j})^T$ 来表示,其中, $i=1, 2, \dots, N_t, j=1, 2, \dots, N_r$. 在实际场景中,发射站和接收站的真实位置往往存在随机误差而难以获取,因此记 $\hat{\mathbf{t}}_i=\mathbf{t}_i+\Delta\mathbf{t}_i$ 和 $\hat{\mathbf{s}}_j=\mathbf{s}_j+\Delta\mathbf{s}_j$ 为可利用的位置参数, $\Delta\mathbf{t}_i$ 和 $\Delta\mathbf{s}_j$ 为随机位置误差. 将可利用的位置参数表示为向量形式有

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}=\boldsymbol{\beta}+\Delta\boldsymbol{\beta} \quad (1)$$

式(1)中, $\boldsymbol{\beta}=(\mathbf{t}^T, \mathbf{s}^T)^T=(t_1^T, t_2^T, \dots, t_{N_t}^T, s_1^T, s_2^T, \dots, s_{N_r}^T)^T$ 和 $\hat{\boldsymbol{\beta}}=(\hat{\mathbf{t}}^T, \hat{\mathbf{s}}^T)^T=(\hat{t}_1^T, \hat{t}_2^T, \dots, \hat{t}_{N_t}^T, \hat{s}_1^T, \hat{s}_2^T, \dots, \hat{s}_{N_r}^T)^T$ 分别表示真实的位置参数向量及可利用的位置参数向量 $\Delta\boldsymbol{\beta}=(\Delta\mathbf{t}^T, \Delta\mathbf{s}^T)^T=(\Delta t_1^T, \Delta t_2^T, \dots, \Delta t_{N_t}^T, \Delta s_1^T, \Delta s_2^T, \dots, \Delta s_{N_r}^T)^T$ 为服从高斯零均值分布的误差向量,其协方差矩阵记作 $E[\Delta\boldsymbol{\beta}^T \Delta\boldsymbol{\beta}]=\mathbf{Q}_\beta$.

假设定位系统均能观测到发射站-目标-接收站这一间接路径的信号. 那么发射站 i 和接收站 j 对应的双基地距离(Bistatic Range, BR)真实值为

$$c\tau_{ij}=R_{t_i}+R_{s_j} \quad (2)$$

式(2)中, c 表示未知信号传播速度, τ_{ij} 表示信号经发射站 i -目标-接收站 j 的传播时延(Time Delay, TD). 此外, $R_{t_i}=\|\mathbf{u}-\mathbf{t}_i\|, R_{s_j}=\|\mathbf{u}-\mathbf{s}_j\|$. 由于多基地系统存在时钟同步误差以及时延测量误差,时延 τ_{ij} 的测量值可表示为

$$\hat{\tau}_{ij}=\tau_{ij}+\delta_{t_i}-\delta_{s_j}+n_{ij} \quad (3)$$

式(3)中, n_{ij} 为测量误差, δ_{t_i} 表示第 i 个发射站相对参考时钟的时钟同步误差, δ_{s_j} 则表示第 j 个接收站相对参考时钟的时钟同步误差. 将全部时延测量值表示为向量形式有

$$\hat{\boldsymbol{\tau}}=\boldsymbol{\tau}+\mathbf{F}\boldsymbol{\delta}+\mathbf{n}=\boldsymbol{\tau}+\boldsymbol{\varepsilon} \quad (4)$$

式(4)中, $\boldsymbol{\tau}=(\tau_{11}, \tau_{12}, \dots, \tau_{N_t N_r})^T$ 为真实的时延向量, $\boldsymbol{\delta}=(\delta_{t_1}, \dots, \delta_{t_{N_t}}, \delta_{s_1}, \dots, \delta_{s_{N_r}})^T$ 为时钟同步误差向量, $\mathbf{n}=(n_{11}, n_{12}, \dots, n_{N_t N_r})^T$ 为测量误差向量, $\mathbf{F}=[\mathbf{I}_{N_t} \otimes \mathbf{1}_{N_r} \quad -\mathbf{1}_{N_t} \otimes \mathbf{I}_{N_r}]$. 不失一般性地,假定时钟同步误差和测量误差相互独立,那么总的测量误差向量 $\boldsymbol{\varepsilon}=(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, \dots, \varepsilon_{N_t N_r})^T$ 协方差矩阵为 $E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T)=\mathbf{Q}_\varepsilon=\mathbf{F}\mathbf{Q}_\delta\mathbf{F}^T+\mathbf{Q}_n$,其中, $\mathbf{Q}_\delta=E(\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\delta}^T)$ 和 $\mathbf{Q}_n=E(\mathbf{n}\mathbf{n}^T)$ 分别表示时钟同步

误差向量和测量误差向量的协方差矩阵.

除了时延测量值外,接收站 j 还可观测得到目标的方位角 $\hat{\phi}_j = \phi_j + \Delta\phi_j$ 以及俯仰角 $\hat{\theta}_j = \theta_j + \Delta\theta_j$,其中, ϕ_j 和 θ_j 分别为真实角度信息,他们与目标以及接收站之间存在如下表达式

$$\begin{aligned}\phi_i &= \arctan \frac{y_u - y_{s_j}}{x_u - x_{s_j}}, \\ \theta_i &= \arctan \frac{z_u - z_{s_j}}{\sqrt{(x_u - x_{s_j})^2 + (y_u - y_{s_j})^2}}\end{aligned}\quad (5)$$

将角度测量值表示为向量形式可得

$$\hat{\phi} = \phi + \Delta\phi, \quad \hat{\theta} = \theta + \Delta\theta \quad (6)$$

式(6)中, $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{N_r})^T$, $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{N_r})^T$ 表示真实的角度向量,角度测量误差的协方差矩阵分别为 $E(\Delta\phi\Delta\phi^T) = \mathbf{Q}_\phi$ 和 $E(\Delta\theta\Delta\theta^T) = \mathbf{Q}_\theta$.

3 克拉美罗下界分析

在给出所提算法之前,本节首先给出第2节所述定位模型的CRLB,以此作为估计性能评估的标准.并通过仿真实验给出忽略时钟同步误差对最优参数估计精度的影响.

记未知向量为 $\boldsymbol{\kappa} = (\boldsymbol{\varphi}^T, \boldsymbol{\beta}^T)^T$,其中, $\boldsymbol{\varphi} = (\mathbf{u}^T, \mathbf{c}^T)^T$.那么基于测量向量 $\hat{\mathbf{m}} = (\hat{\boldsymbol{\tau}}^T, \hat{\boldsymbol{\phi}}^T, \hat{\boldsymbol{\theta}}^T)^T$ 和可利用的位置向量 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 的对数概率密度函数为

$$\begin{aligned}\ln p(\hat{\mathbf{m}}; \boldsymbol{\kappa}) &= K - \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{m}} - \mathbf{m})^T \mathbf{Q}_m^{-1}(\hat{\mathbf{m}} - \mathbf{m}) \\ &\quad - \frac{1}{2}(\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta})^T \mathbf{Q}_\beta^{-1}(\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta})\end{aligned}\quad (7)$$

式(7)中, $K = -0.5\ln((2\pi)^{(N_r+2)N_r} |\mathbf{Q}_m|) - 0.5\ln((2\pi)^{3(N_r+N_r)} |\mathbf{Q}_\beta|)$ 为与未知向量无关的常数项,协方差矩阵 $\mathbf{Q}_m = \text{blkdiag}\{\mathbf{Q}_\tau, \mathbf{Q}_\phi, \mathbf{Q}_\theta\}$.根据估计理论^[18],未知向量 $\boldsymbol{\kappa}$ 估计的CRLB为

$$\begin{aligned}\text{CRLB}(\boldsymbol{\kappa}) &= -\mathbf{E} \left[\frac{\partial^2 \ln p(\hat{\mathbf{m}}; \hat{\boldsymbol{\varphi}})}{\partial \boldsymbol{\kappa} \partial \boldsymbol{\kappa}^T} \right]^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{12} & \mathbf{X}_{13} \\ \mathbf{X}_{12}^T & \mathbf{X}_{22} & \mathbf{X}_{23} \\ \mathbf{X}_{13}^T & \mathbf{X}_{23}^T & \mathbf{X}_{33} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (8)$$

式(8)中,各矩阵的表达式为

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_{11} &= \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \mathbf{Q}_m^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} \right), \quad \mathbf{X}_{12} = \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \mathbf{Q}_m^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \right), \\ \mathbf{X}_{13} &= \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \mathbf{Q}_m^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right), \quad \mathbf{X}_{22} = \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \right)^T \mathbf{Q}_m^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \right), \\ \mathbf{X}_{23} &= \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \right)^T \mathbf{Q}_m^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right), \quad \mathbf{X}_{33} = \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right)^T \mathbf{Q}_m^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right) + \mathbf{Q}_\beta^{-1}\end{aligned}\quad (9)$$

式(9)中,各项偏导的表达式为

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} &= \left[\left(\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \left(\frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \left(\frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \right]^T, \\ \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} &= \left[\left(\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \mathbf{c}} \right)^T \left(\frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \mathbf{c}} \right)^T \left(\frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \mathbf{c}} \right)^T \right]^T, \\ \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \boldsymbol{\beta}} &= \left[\left(\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right)^T \left(\frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right)^T \left(\frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right)^T \right]^T\end{aligned}\quad (10)$$

式(10)中,各分块矩阵的定义为

$$\begin{aligned}\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \mathbf{u}}(k_1, :) &= ((\mathbf{u} - \mathbf{t}_i)^T / R_{t_i} + (\mathbf{u} - \mathbf{s}_j)^T / R_{s_j}) / c, \\ \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \mathbf{u}}(j, :) &= \mathbf{p}_j^T / (R_{s_j} \cos(\theta_j)), \\ \mathbf{p}_j &= [-\sin(\phi_j) \cos(\theta_j) \ 0]^T, \\ \frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \mathbf{u}}(j, :) &= \mathbf{q}_j^T / R_{s_j}, \\ \mathbf{q}_j &= [-\sin(\theta_j) \cos(\phi_j) \ -\sin(\theta_j) \sin(\phi_j) \ \cos(\theta_j)]^T, \\ \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \mathbf{c}}(k_1, 1) &= -(R_{t_i} + R_{s_j}) / c^2, \quad \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \mathbf{c}}(j, 1) = 0, \quad \frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \mathbf{c}}(j, 1) = 0, \\ \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \boldsymbol{\beta}}(k_1, :) &= -[\mathbf{0}_{3(i-1)}^T \ \mathbf{a}_1^T \ \mathbf{0}_{3(N_r-i)}^T \ \mathbf{0}_{3(j-1)}^T \ \mathbf{a}_2^T \ \mathbf{0}_{3(N_r-j)}^T] / c, \\ \mathbf{a}_1 &= (\mathbf{u} - \mathbf{t}_i)^T / R_{t_i}, \quad \mathbf{a}_2 = (\mathbf{u} - \mathbf{s}_j)^T / R_{s_j}, \\ \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \boldsymbol{\beta}}(j, :) &= -[\mathbf{0}_{3N_r}^T \ \mathbf{0}_{3(j-1)}^T \ \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \mathbf{u}}(j, :) \ \mathbf{0}_{3(N_r-j)}^T], \\ \frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \boldsymbol{\beta}}(j, :) &= -[\mathbf{0}_{3N_r}^T \ \mathbf{0}_{3(j-1)}^T \ \frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \mathbf{u}}(j, :) \ \mathbf{0}_{3(N_r-j)}^T].\end{aligned}\quad (11)$$

式(11)中, $k_1 = (i-1)N_r + j$ 且 $i = 1, 2, \dots, N_r, j = 1, 2, \dots, N_r$.利用分块矩阵求逆理论知识^[28],可得未知向量 $\boldsymbol{\varphi}$ 的CRLB表达式为

$$\begin{aligned}\text{CRLB}(\boldsymbol{\varphi}) &= \left(\begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{12} \\ \mathbf{X}_{12}^T & \mathbf{X}_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{13} & \mathbf{X}_{23} \end{bmatrix} \mathbf{X}_{33}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{13}^T \\ \mathbf{X}_{23}^T \end{bmatrix} \right)^{-1} \\ &= \left[\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \end{bmatrix}^T \mathbf{Q}_m^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \end{bmatrix}^T \right. \\ &\quad \left. \mathbf{Q}_m^{-1} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \left(\left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right)^T \mathbf{Q}_m^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right) + \mathbf{Q}_\beta^{-1} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right)^T \right. \\ &\quad \left. \mathbf{Q}_m^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \end{bmatrix} \right]^{-1}\end{aligned}\quad (12)$$

式(12)给出利用联合测量向量 $\hat{\mathbf{m}} = (\hat{\boldsymbol{\tau}}^T, \hat{\boldsymbol{\phi}}^T, \hat{\boldsymbol{\theta}}^T)^T$ 时,未知目标位置和信号传播速度估计的CRLB表达式.若仅利用时延测量值时,总测量值退化为 $\hat{\boldsymbol{\tau}}$.这种模型下未知向量 $\boldsymbol{\varphi}$ 的CRLB表达式与式(12)的矩阵形式完全相同,仅需将式(9)中 \mathbf{m} 替换为 $\boldsymbol{\tau}$, \mathbf{Q}_m 替换为 \mathbf{Q}_τ .

接下来进一步分析时钟同步误差对定位性能的影响,为了简化分析,这里考虑位置误差较小时的情况.当发射站和接收站的位置误差较小时,式(12)主要由

等式右边第一项决定,因此有

$$\begin{aligned} \text{CRLB}(\boldsymbol{\varphi}) &\approx \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{12} \\ \mathbf{X}_{12}^T & \mathbf{X}_{22} \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \end{bmatrix}^T \mathbf{Q}_m^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \end{bmatrix} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (13)$$

将 $\mathbf{Q}_m = \text{blkdiag}\{\mathbf{Q}_c, \mathbf{Q}_\phi, \mathbf{Q}_\theta\}$ 以及 $\mathbf{Q}_c = \mathbf{F}\mathbf{Q}_\delta\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}_n$ 代入式(13),利用矩阵求逆引理^[28]可得

$$\begin{aligned} \text{CRLB}(\boldsymbol{\varphi}) &\approx (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2)^{-1} \\ &= \mathbf{H}_1^{-1} + \mathbf{H}_1^{-1}(\mathbf{H}_2^{-1} - \mathbf{H}_1^{-1})^{-1}\mathbf{H}_1^{-1} \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)中

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \end{bmatrix}^T \mathbf{Q}_m^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{Q}_{m_1} &= \text{blkdiag}\{\mathbf{Q}_n, \mathbf{Q}_\phi, \mathbf{Q}_\theta\}, \\ \mathbf{H}_2 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \end{bmatrix}^T \mathbf{Q}_{m_1}^{-1} ((\mathbf{F}\mathbf{Q}_\delta\mathbf{F}^T)^{-1} \\ &+ \mathbf{Q}_{m_1}^{-1})^{-1} \mathbf{Q}_{m_1}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{c}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

式(14)等式右边第一项 \mathbf{H}_1^{-1} 为不存在时钟同步误差的CRLB表达式,考虑到式(14)右边第二项的半正定性,因此存在时钟同步误差会增大未知目标估计的CRLB.

为了能够更直观地反映存在时钟同步误差对未知向量CRLB性能的影响,这里通过仿真实验给出进一步分析.仿真实验选取由 $N_t=4$ 个发射站和 $N_r=6$ 个接收站组成的多基地声呐定位系统对未知目标位置和信号传播速度进行估计,发射站以及接收站的真实位置在表1中给出,未知信号传播速度以及目标位置分别为 $c=1\,500\text{ m/s}$ 和 $\mathbf{u}=(2\,000, 2\,000, 1\,800)^T\text{ m}$. 另外,时延误差,发射站和接收站位置误差,角度误差以及时钟同步误差的协方差矩阵分别设置为 $\mathbf{Q}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_t N_t}$, $\mathbf{Q}_\beta = \sigma_\beta^2 \mathbf{I}_{3(N_t+N_r)}$, $\mathbf{Q}_\phi = \mathbf{Q}_\theta = \sigma_{\text{aoa}}^2 \mathbf{I}_{N_r}$, $\mathbf{Q}_\delta = \sigma_\delta^2 \mathbf{I}_{3(N_t+N_r)}$, 其中时延,位置以及角度标准差设置为 $\sigma_n = 1\text{ ms}$, $\sigma_\beta = 0.01\text{ m}$, $\sigma_{\text{aoa}} = 1^\circ$, 时钟同步误差标准差变化范围为 $0.1\text{ ms} \sim 0.01\text{ s}$. 仿真结果在图1中给出.

根据仿真结果可得,即使当时钟同步误差较小时(同步误差为 $\sqrt{10}\text{ ms}$),仅使用时延观测量得到的目标位置和信号传播速度估计平方根CRLB要比不考虑时钟同步误差的平方根CRLB分别增加12 m和3.7 m/s,这表明不考虑时钟同步误差对CRLB性能有一定影响,与前文的理论分析一致.另外,联合时延和角度信息比仅利用时延信息时,可提供更优的CRLB精度.

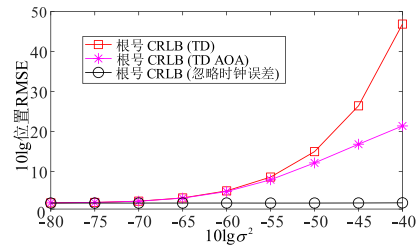
4 所提算法

4.1 基于单一辅助变量的初解

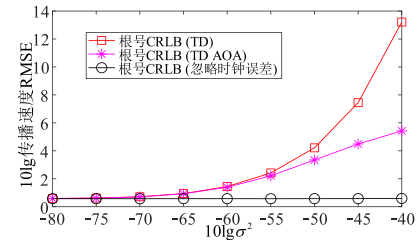
将 R_s 和 R_t 在可利用的发射站和接收站处进行线

表1 发射站和接收站的真实位置 单位:m

发射站 i	x_i	y_i	z_i
1	-1 000	-1 500	1 000
2	-1 000	1 500	500
3	1 000	1 500	400
4	1 000	-1 500	480
接收站 j	x_j	y_j	z_j
1	-2 250	-2 250	1 000
2	2 250	2 250	500
3	0	3 000	1 000
4	3 000	0	500
5	-3 000	0	750
6	0	-3 000	500



(a) 位置估计性能



(b) 传播速度估计性能

图1 CRLB性能随时钟同步误差的变化情况

性泰勒级数展开可得

$$R_s = \hat{R}_s + \boldsymbol{\rho}_{u,s}^T \Delta \mathbf{s}_j, R_t = \hat{R}_t + \boldsymbol{\rho}_{u,t}^T \Delta \mathbf{t}_i \quad (16)$$

式(16)中, $\hat{R}_t = \|\mathbf{u} - \hat{\mathbf{t}}_i\|$, $R_s = \|\mathbf{u} - \hat{\mathbf{s}}_j\|$, $\boldsymbol{\rho}_{u,s}$ 以及 $\boldsymbol{\rho}_{u,t}$ 通过定义式(17)可计算得到.

$$\boldsymbol{\rho}_{a,b} = (\mathbf{a} - \mathbf{b}) / \|\mathbf{a} - \mathbf{b}\| \quad (17)$$

令 $i=1$ 并将式(3)、式(16)以及时延测量值代入式(2)中有

$$c\hat{\tau}_{1j} = \hat{R}_t + \hat{R}_s + \boldsymbol{\rho}_{u,t}^T \Delta \mathbf{t}_1 + \boldsymbol{\rho}_{u,s}^T \Delta \mathbf{s}_j + c\varepsilon_{1,j} \quad (18)$$

将式(18)中的 \hat{R}_t 移项,对等式两边进行平方并且仅保留线性误差项可得

$$\begin{aligned} &\hat{\mathbf{t}}_1^T \hat{\mathbf{t}}_1 - \hat{\mathbf{s}}_j^T \hat{\mathbf{s}}_j - 2(\hat{\mathbf{t}}_1 - \hat{\mathbf{s}}_j)^T \mathbf{u} + \hat{\tau}_{1j}^2 c^2 - 2\hat{\tau}_{1j} c \hat{R}_t \\ &= 2(c\hat{R}_s \varepsilon_{1,j} + \hat{R}_s \boldsymbol{\rho}_{u,t}^T \Delta \mathbf{t}_1 + \hat{R}_s \boldsymbol{\rho}_{u,s}^T \Delta \mathbf{s}_j) \end{aligned} \quad (19)$$

对于 $i=2, \dots, N_t, j=1, \dots, N_r$, 表达式 $c\tau_{ij} - c\tau_{1j} + R_t =$

R_i 成立, 将可利用的测量值代入该式有

$$c\hat{\tau}_{ij} - c\hat{\tau}_{lj} + \hat{R}_i = \hat{R}_l - \rho_{u,i}^T \Delta \mathbf{t}_i + \rho_{u,l}^T \Delta \mathbf{t}_l + c(\varepsilon_{i,j} - \varepsilon_{l,j}) \quad (20)$$

将式(20)两边同时平方, 忽略二阶及以上误差项可得

$$2(c\hat{R}_i(\varepsilon_{i,j} - \varepsilon_{l,j}) - \rho_{u,i}^T \hat{R}_i \Delta \mathbf{t}_i + \rho_{u,l}^T \hat{R}_l \Delta \mathbf{t}_l) = \hat{\mathbf{t}}_1^T \hat{\mathbf{t}}_1 - \hat{\mathbf{t}}_1^T \hat{\mathbf{t}}_i - 2(\hat{\mathbf{t}}_1 - \hat{\mathbf{t}}_i)^T \mathbf{u} + (\hat{\tau}_{ij} - \hat{\tau}_{lj})^2 c^2 + 2(\hat{\tau}_{ij} - \hat{\tau}_{lj})c\hat{R}_i \quad (21)$$

除此之外, 若利用角度信息可得

$$\mathbf{u} - \mathbf{s}_j = R_s \mathbf{v}_j \quad (22)$$

式(22)中, $\mathbf{v}_j = (\cos(\theta_j)\cos(\phi_j), \cos(\theta_j)\sin(\phi_j), \sin(\theta_j))^T$ 表示未知目标和接收站连线方向的单位向量. 定义向量 \mathbf{v}_j 的正交向量为 $\mathbf{p}_j = (-\sin(\phi_j), \cos(\phi_j), 0)^T$ 和 $\mathbf{q}_j = (-\sin(\theta_j)\cos(\phi_j), -\sin(\theta_j)\sin(\phi_j), \cos(\theta_j))^T$, 对式(22)两边分别左乘 \mathbf{p}_j^T 和 \mathbf{q}_j^T 可得

$$\mathbf{p}_j^T \mathbf{s}_j - \mathbf{p}_j^T \mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{q}_j^T \mathbf{s}_j - \mathbf{q}_j^T \mathbf{u} = 0 \quad (23)$$

类似地, 将可利用的角度和接收站位置参数代入式(23)中, 同时仅保留一阶误差项有

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{p}}_j^T \hat{\mathbf{s}}_j - \hat{\mathbf{p}}_j^T \mathbf{u} &= \hat{R}_s \cos(\hat{\theta}_j) \Delta \phi_j + \hat{\mathbf{p}}_j^T \Delta \mathbf{s}_j, \\ \hat{\mathbf{q}}_j^T \hat{\mathbf{s}}_j - \hat{\mathbf{q}}_j^T \mathbf{u} &= \hat{R}_s \Delta \theta_j + \hat{\mathbf{q}}_j^T \Delta \mathbf{s}_j \end{aligned} \quad (24)$$

式(24)中, $\hat{\mathbf{p}}_j$ 和 $\hat{\mathbf{q}}_j$ 分别为 \mathbf{p}_j 以及 \mathbf{q}_j 的观测量形式. 将式(19)、式(21)和式(24)表示为矩阵形式可得

$$\mathbf{b}_1 - \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\psi}_1 = \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \mathbf{D}_1 \Delta \boldsymbol{\beta} \quad (25)$$

式(25)中, $\boldsymbol{\psi}_1 = (\mathbf{u}^T, c^2, cR_i)^T$ 表示未知向量, 其中 cR_i 为额外变量. $\mathbf{b}_1 = (\mathbf{b}_{11}^T, \mathbf{b}_{12}^T, \mathbf{b}_{13}^T, \mathbf{b}_{14}^T)^T$ 为 $(N_i N_r + 2N_r)$ 维的观测向量, $\mathbf{A}_1 = [\mathbf{A}_{11}^T \ \mathbf{A}_{12}^T \ \mathbf{A}_{13}^T \ \mathbf{A}_{14}^T]^T$ 为 $(N_i N_r + 2N_r) \times 5$ 维的观测矩阵, 它们的具体表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{11}(j, 1) &= \hat{\mathbf{t}}_1^T \hat{\mathbf{t}}_1 - \hat{\mathbf{s}}_j^T \hat{\mathbf{s}}_j, \quad \mathbf{b}_{12} = \hat{\mathbf{b}}_{12} \otimes \mathbf{1}_{N_r}, \\ \hat{\mathbf{b}}_{12}(i, 1) &= \hat{\mathbf{t}}_1^T \hat{\mathbf{t}}_1 - \hat{\mathbf{t}}_i^T \hat{\mathbf{t}}_i, \\ \mathbf{A}_{11}(j, :) &= [2(\hat{\mathbf{t}}_1 - \hat{\mathbf{s}}_j)^T \quad -\hat{\tau}_{lj}^2 \ 2\hat{\tau}_{lj}], \\ \mathbf{A}_{12}(k_2, :) &= [2(\hat{\mathbf{t}}_1 - \hat{\mathbf{t}}_i)^T \quad -(\hat{\tau}_{ij} - \hat{\tau}_{lj})^2 \quad -2(\hat{\tau}_{ij} - \hat{\tau}_{lj})], \\ \mathbf{b}_{13}(j, 1) &= \hat{\mathbf{p}}_j^T \hat{\mathbf{s}}_j, \quad \mathbf{b}_{14}(j, 1) = \hat{\mathbf{q}}_j^T \hat{\mathbf{s}}_j, \\ \mathbf{A}_{13}(j, :) &= [\hat{\mathbf{p}}_j^T \ \mathbf{0}_2^T], \quad \mathbf{A}_{14}(j, :) = [\hat{\mathbf{q}}_j^T \ \mathbf{0}_2^T] \end{aligned} \quad (26)$$

式(26)中, $\mathbf{1}_{N_r}$ 表示 N_r 维全 1 列向量, $k_2 = (i-2)N_r + j$ 且 $i = 2, \dots, N_r, j = 1, \dots, N_r$. 类似地, \mathbf{B}_1 和 \mathbf{D}_1 表示为分块矩阵的形式有

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 &= \text{blkdiag}\{\mathbf{B}_{11} \ \mathbf{B}_{12} \ \mathbf{B}_{13}\}, \\ \mathbf{D}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{11} \\ \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{O}_{N_r \times 3N_r} \ \mathbf{D}_{13} \\ \mathbf{O}_{N_r \times 3N_r} \ \mathbf{D}_{14} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

式(27)中各分块矩阵可通过下式计算得到

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{11} &= \begin{bmatrix} 2c \text{diag}(\hat{R}_{s_1}, \dots, \hat{R}_{s_{N_r}}) & \mathbf{O}_{N_r \times N_r(N_r-1)} \\ -(\hat{R}_{t_2}, \dots, \hat{R}_{t_{N_r}})^T \otimes \mathbf{I}_{N_r} & \text{diag}(\hat{R}_{t_2}, \dots, \hat{R}_{t_{N_r}}) \otimes \mathbf{I}_{N_r} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_{12}(j, j) &= \hat{R}_s \cos(\hat{\theta}_j), \quad \mathbf{B}_{13}(j, j) = \hat{R}_s, \\ \mathbf{D}_{11}(j, :) &= 2[\hat{R}_s \rho_{u,i}^T \ \mathbf{0}_{3(N_i-1)}^T \ \mathbf{0}_{3(j-1)}^T \ \hat{R}_s \rho_{u,s}^T \ \mathbf{0}_{3(N_r-j)}^T], \\ \mathbf{D}_{12}(k_2, :) &= 2[-\hat{R}_t \rho_{u,i}^T \ \mathbf{0}_{3(i-2)}^T \ \hat{R}_t \rho_{u,i}^T \ \mathbf{0}_{3(N_r-i)}^T \ \mathbf{0}_{3N_r}^T], \\ \mathbf{D}_{13}(j, :) &= [\mathbf{0}_{3(j-1)}^T \ \hat{\mathbf{p}}_j^T \ \mathbf{0}_{3(N_r-j)}^T], \\ \mathbf{D}_{14}(j, :) &= [\mathbf{0}_{3(j-1)}^T \ \hat{\mathbf{q}}_j^T \ \mathbf{0}_{3(N_r-j)}^T] \end{aligned} \quad (28)$$

利用加权最小二乘技术可得未知向量 $\boldsymbol{\psi}_1$ 的估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}_1 = (\mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}_1)^{-1} \mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{b}_1 \quad (29)$$

式(29)中, 加权矩阵为 $\mathbf{W}_1 = (\mathbf{B}_1 \text{blkdiag}\{\mathbf{Q}_\varepsilon \ \mathbf{Q}_{\text{aoa}}\} \mathbf{B}_1^T + \mathbf{D}_1 \mathbf{Q}_\beta \mathbf{D}_1^T)^{-1}$. 据式(28)可知, 计算加权矩阵需利用未知参数, 可先设置 \mathbf{W}_1 为单位矩阵从而得到初始估计值, 随后利用式(28)更新加权矩阵, 进而给出更精确的估计值. 仅利用时延观测量时间, 观测向量和观测矩阵分别退化为 $\mathbf{b}_1 = [\mathbf{b}_{11}^T \ \mathbf{b}_{12}^T]^T$ 和 $\mathbf{A}_1 = [\mathbf{A}_{11}^T \ \mathbf{A}_{12}^T]^T$, 同时矩阵 \mathbf{B}_1 和 \mathbf{D}_1 需更新为 $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_{11}$ 和 $\mathbf{D}_1 = [\mathbf{D}_{11}^T \ \mathbf{D}_{12}^T]^T$, 加权矩阵则需改写为 $\mathbf{W}_1 = (\mathbf{B}_1 \mathbf{Q}_\varepsilon \mathbf{B}_1^T + \mathbf{D}_1 \mathbf{Q}_\beta \mathbf{D}_1^T)^{-1}$. 令估计误差为 $\Delta \boldsymbol{\psi}_1 = \hat{\boldsymbol{\psi}}_1 - \boldsymbol{\psi}_1$, 将 $\boldsymbol{\psi}_1$ 重写为 $(\mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}_1)^{-1} \mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\psi}_1$, 同时将式(29)代入 $\Delta \boldsymbol{\psi}_1$ 可得

$$\begin{aligned} \Delta \boldsymbol{\psi}_1 &= \hat{\boldsymbol{\psi}}_1 - \boldsymbol{\psi}_1 = (\mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}_1)^{-1} \mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 (\mathbf{b}_1 - \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\psi}_1) \\ &= (\mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}_1)^{-1} \mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 (\mathbf{B}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \mathbf{D}_1 \Delta \boldsymbol{\beta}) \end{aligned} \quad (30)$$

当测量误差、位置误差以及角度误差较小时, 忽略矩阵 \mathbf{A}_1 和 \mathbf{W}_1 中的误差项有 $E(\Delta \boldsymbol{\psi}_1) \approx 0$. 即所提算法第一步在误差较小时近似无偏估计, 进而可得第一步估计误差的协方差矩阵近似为 $\text{cov}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_1) = E(\Delta \boldsymbol{\psi}_1 \Delta \boldsymbol{\psi}_1^T) \approx (\mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}_1)^{-1}$.

4.2 基于定位误差修正的终解

第一步所提算法虽然将传统算法的额外变量数目降为 1, 但是其未知向量中的元素依旧存在如下非线性关系

$$\|\mathbf{u} - \mathbf{t}_1\|^2 c^2 = (cR_i)^2 \quad (31)$$

将未知参数的真实值用初始估计值表示有

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(1:3) - \Delta \boldsymbol{\psi}_1(1:3), \\ c^2 &= \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(4) - \Delta \boldsymbol{\psi}_1(4), \\ cR_i &= (\hat{\boldsymbol{\psi}}_1(5) - \Delta \boldsymbol{\psi}_1(5)) \end{aligned} \quad (32)$$

将式(32)代入式(31)中, 并且仅保留线性误差项有

$$\begin{aligned} &(\hat{\boldsymbol{\psi}}_1^T(1:3) \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(1:3) + \hat{\mathbf{t}}_1^T \hat{\mathbf{t}}_1) \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(4) - \hat{\boldsymbol{\psi}}_1^T(5) - 2\hat{\mathbf{t}}_1^T \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(4) \mathbf{u} \\ &= 2\hat{\boldsymbol{\psi}}_1(4) \hat{\boldsymbol{\psi}}_1^T(1:3) \Delta \boldsymbol{\psi}_1(1:3) \\ &\quad + \|\hat{\boldsymbol{\psi}}_1(1:3) - \hat{\mathbf{t}}_1\|^2 \Delta \boldsymbol{\psi}_1(4) - 2\hat{\boldsymbol{\psi}}_1(5) \Delta \boldsymbol{\psi}_1(5) \end{aligned} \quad (33)$$

联合式(32)中的前两个等式以及式(33)可得所提

算法第二步的矩阵方程为

$$\mathbf{b}_2 - \mathbf{A}_2 \boldsymbol{\psi}_2 = \mathbf{B}_2 \Delta \boldsymbol{\psi}_1 \quad (34)$$

式(34)中, $\boldsymbol{\psi}_2 = (\mathbf{u}^T, c^2)^T$ 为待估计向量, 测量向量 \mathbf{b}_2 、测量矩阵 \mathbf{A}_2 以及矩阵 \mathbf{B}_2 的定义式为

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_2 &= (\hat{\boldsymbol{\psi}}_1^T(1:3), \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(4), (\hat{\boldsymbol{\psi}}_1^T(1:3)\hat{\boldsymbol{\psi}}_1(1:3) + \hat{\mathbf{t}}_1^T \hat{\mathbf{t}}_1) \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(4) \\ &\quad - \hat{\boldsymbol{\psi}}_1^2(5))^T, \\ \mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3^T & 1 \\ 2\hat{\mathbf{t}}_1^T \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(4) & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3^T & 1 & 0 \\ 2\hat{\boldsymbol{\psi}}_1^T(1:3)\hat{\boldsymbol{\psi}}_1(4) & \|\hat{\boldsymbol{\psi}}_1(1:3) - \hat{\mathbf{t}}_1\|^2 & -2\hat{\boldsymbol{\psi}}_1(5) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (35)$$

再次利用加权最小二乘技术可得 $\boldsymbol{\psi}_2$ 的估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}_2 = (\mathbf{A}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{A}_2)^{-1} \mathbf{A}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{b}_2 \quad (36)$$

式(36)中, 加权矩阵为 $\mathbf{W}_2 = (\mathbf{B}_2 \text{cov}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_1) \mathbf{B}_2^T)^{-1}$. 因此, 目标位置和信号传播速度最终估计值为 $\hat{\mathbf{u}} = \hat{\boldsymbol{\psi}}_2(1:3)$ 以及 $\hat{c} = \sqrt{\hat{\boldsymbol{\psi}}_2(4)}$.

5 算法分析

5.1 算法性能分析

本小节进一步证明当测量误差, 发射站和接收站位置误差以及角度误差较小的情况下, 所提算法可实现 CRLB. 这里首先给出测量误差, 发射机和接收机位置误差以及角度误差较小时的条件(下文统称为小误差条件)

$$\begin{aligned} \text{C1: } \|\Delta \mathbf{t}_i\| &\ll R_i, \|\Delta \mathbf{s}_j\| \ll R_j, \\ \text{C2: } \|\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}\| &\ll \tau_{ij}, \\ \text{C3: } \|\Delta \phi_j\| &\ll \|\phi_j\|, \|\Delta \theta_j\| \ll \|\theta_j\| \end{aligned} \quad (37)$$

式(37)的条件 C1 以及 C3 在位置误差和角度误差较小时容易实现, 条件 C2 则在测量误差较小或目标较远时可实现. 同时, 上述这些误差条件也普遍应用于现有文献^[22-24]所提算法的性能分析部分.

令所提算法目标位置和信号传播速度的估计误差分别为 $\Delta \mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u}$ 和 $\Delta c = \hat{c} - c$, 那么所提算法第二步的估计误差可表示为

$$\begin{aligned} \Delta \boldsymbol{\psi}_2(1:3) &= \hat{\boldsymbol{\psi}}_2(1:3) - \mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}, \\ \Delta \boldsymbol{\psi}_2(4) &= \hat{\boldsymbol{\psi}}_2(4) - c^2 = \hat{c}^2 - (c - \Delta c)^2 \approx 2\hat{c}\Delta c \end{aligned} \quad (38)$$

因此, 未知向量 $\boldsymbol{\varphi} = (\mathbf{u}^T, c^T)^T$ 的估计值误差 $\Delta \boldsymbol{\varphi} = (\Delta \mathbf{u}^T, \Delta c^T)^T$ 和所提算法第二步估计误差之间可建立如下关系式

$$\Delta \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{B}_3^{-1} \Delta \boldsymbol{\psi}_2 \quad (39)$$

式(39)中, $\mathbf{B}_3 = \text{diag}\{1, 1, 1, 2\hat{c}\}$. 将 $\Delta \boldsymbol{\psi}_2 = \hat{\boldsymbol{\psi}}_2 - \boldsymbol{\psi}_2$ 代入式(39)可得

$$\begin{aligned} \Delta \boldsymbol{\varphi} &= \mathbf{B}_3^{-1} (\hat{\boldsymbol{\psi}}_2 - \boldsymbol{\psi}_2) \\ &= \mathbf{B}_3^{-1} (\mathbf{A}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{A}_2)^{-1} \mathbf{A}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{B}_2 \Delta \boldsymbol{\psi}_1 \end{aligned} \quad (40)$$

根据第 4 节分析可知小误差条件下有 $E(\Delta \boldsymbol{\psi}_1) \approx 0$. 因此, 忽略(40)中的二阶误差项可得 $E(\Delta \boldsymbol{\varphi}) \approx 0$, 即所提算法在小误差条件时近似为无偏估计, 进而可得其协方差矩阵为 $\text{cov}(\boldsymbol{\varphi}) = E(\Delta \boldsymbol{\varphi} \Delta \boldsymbol{\varphi}^T) \approx \mathbf{B}_3^{-1} (\mathbf{A}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{A}_2)^{-1} \mathbf{B}_3^{-T}$. 将加权矩阵表达式 $\mathbf{W}_2 = (\mathbf{B}_2 \text{cov}(\boldsymbol{\psi}_1) \mathbf{B}_2^T)^{-1}$ 代入协方差矩阵, 利用矩阵求逆引理^[28]可得

$$\begin{aligned} \text{cov}(\Delta \boldsymbol{\varphi}) &= (\mathbf{A}_3^T \mathbf{Q}_m^{-1} \mathbf{A}_3 - \mathbf{A}_3^T \mathbf{Q}_m^{-1} \mathbf{A}_4 (\mathbf{A}_4^T \mathbf{Q}_m^{-1} \mathbf{A}_4 \\ &\quad + \mathbf{Q}_\beta^{-1}) \mathbf{A}_4^T \mathbf{Q}_m^{-1} \mathbf{A}_3)^{-1} \end{aligned} \quad (41)$$

式(41)中, $\mathbf{A}_3 = \mathbf{B}_1^{-1} \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_3$, $\mathbf{A}_4 = \mathbf{B}_1^{-1} \mathbf{D}_1$.

显然, 协方差矩阵式(41)与 CRLB 式(12)具有相同的矩阵形式. 因此, 这里只需比较 \mathbf{A}_3 与 $\left[\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} \quad \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial c} \right]$ 以

及 \mathbf{A}_4 与 $\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \beta}$ 之间的关系. 利用式(37)可得

$$\mathbf{A}_3 \approx \left[\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{u}} \quad \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial c} \right], \mathbf{A}_4 \approx -\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \beta} \quad (42)$$

根据式(42)可得 $\text{cov}(\Delta \boldsymbol{\varphi}) \approx \text{CRLB}(\boldsymbol{\varphi})$. 因此, 当测量误差、发射站和接收站位置误差以及角度误差较小时, 所提算法可实现 CRLB.

5.2 算法复杂度分析

本小节给出所提算法的计算复杂度分析, 这里主要以所需实数乘法次数为主进行分析. 所提算法第一步计算复杂度主要集中于计算加权矩阵 \mathbf{W}_1 和初始解 $\boldsymbol{\psi}_1$, 计算加权矩阵需要分别计算 $\mathbf{B}_1 \mathbf{Q}_m$ 、 $\mathbf{B}_1 \mathbf{Q}_m \mathbf{B}_1^T$ 、 $\mathbf{D}_1 \mathbf{Q}_\beta$ 、 $\mathbf{D}_1 \mathbf{Q}_\beta \mathbf{D}_1^T$ 以及 $(\mathbf{B}_1 \mathbf{Q}_m \mathbf{B}_1^T + \mathbf{D}_1 \mathbf{Q}_\beta \mathbf{D}_1^T)^{-1}$; 求初始解则包括 $\mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1$ 、 $\mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}_1$ 、 $(\mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}_1)^{-1}$ 、 $(\mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}_1)^{-1} \mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1$ 以及 $(\mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}_1)^{-1} \mathbf{A}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{b}_1$. 所提算法第二步计算复杂度主要包括构建 \mathbf{W}_2 和获取最终估计值 $\boldsymbol{\psi}_2$, 计算这两项需分别计算 $\mathbf{B}_2 \text{cov}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_1)$ 、 $\mathbf{B}_2 \text{cov}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_1) \mathbf{B}_2^T$ 、 $(\mathbf{B}_2 \text{cov}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_1) \mathbf{B}_2^T)^{-1}$ 、 $\mathbf{A}_2^T \mathbf{W}_2$ 、 $\mathbf{A}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{A}_2$ 、 $(\mathbf{A}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{A}_2)^{-1}$ 、 $(\mathbf{A}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{A}_2)^{-1} \mathbf{A}_2^T \mathbf{W}_2$ 以及 $(\mathbf{A}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{A}_2)^{-1} \mathbf{A}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{b}_2$, 以上各项所需的实数乘法次数在表 2 中给出.

表 2 给出所提算法联合时延和角度定位的各单元计算复杂度, 仅使用时延观测量的计算复杂度仅需将表 2 中所有的 $(N_t + 2)$ 替换为 N_r . 因此仅使用时延时所提算法的计算复杂度为

$$\begin{aligned} &3(N_t N_r)^3 + 9(N_t N_r)(N_t + N_r)^2 + 3(N_t N_r)^2(N_t + N_r) \\ &+ 5(N_t N_r)^2 + 55(N_t N_r) + 1344 \end{aligned} \quad (43)$$

将式(43)与文献[22, 23]计算复杂度对比不难发现, 所有算法计算加权矩阵 \mathbf{W}_1 所需的计算复杂度一致, 均为 $3(N_t N_r)^3 + 9(N_t N_r)(N_t + N_r)^2 + 3(N_t N_r)^2(N_t + N_r)$, 但本文所提算法计算 $\hat{\boldsymbol{\psi}}_1$ 和以及第二步修正解所需的计算复杂度均低于现有闭式算法, 因此所提算法计算复杂度低于现有闭式解的计算复杂度. 所提算法可降低计算复杂度的主要原因为(1)所提算法将现有闭式算

表 2 所提算法计算复杂度

第一步计算项		所需乘法次数
W_1	$B_1 Q_m$	$((N_t+2)N_r)^3$
	$B_1 Q_m B_1^T$	$((N_t+2)N_r)^3$
	$D_1 Q_\beta$	$9N_r(N_t+2)(N_t+N_r)^2$
	$D_1 Q_\beta D_1^T$	$3((N_t+2)N_r)^2(N_t+N_r)$
	$(B_1 Q_m B_1^T + D_1 Q_\beta D_1^T)^{-1}$	$((N_t+2)N_r)^3$
$\hat{\psi}_1$	$A_1^T W_1$	$5((N_t+2)N_r)^2$
	$A_1^T W_1 A_1$	$25((N_t+2)N_r)$
	$(A_1^T W_1 A_1)^{-1}$	125
	$(A_1^T W_1 A_1)^{-1} A_1^T W_1$	$25((N_t+2)N_r)$
	$(A_1^T W_1 A_1)^{-1} A_1^T W_1 b$	$5((N_t+2)N_r)$
第二步计算项		所需乘法次数
W_2	$B_2 \text{cov}(\hat{\psi}_1)$	125
	$B_2 \text{cov}(\hat{\psi}_1) B_2^T$	125
	$(B_2 \text{cov}(\hat{\psi}_1) B_2^T)^{-1}$	125
$\hat{\psi}_2$	$A_2^T W_2$	100
	$A_2^T W_2 A_2$	80
	$(A_2^T W_2 A_2)^{-1}$	64
	$(A_2^T W_2 A_2)^{-1} A_2^T W_2$	80
	$(A_2^T W_2 A_2)^{-1} A_2^T W_2 b_2$	20

法额外变量的数目降至为 1,使得未知变量总个数降为 5,从而在计算 $\hat{\psi}_1$ 的过程中降低了矩阵乘法维度(现有闭式算法未知变量总个数为 $2 \min\{N_t, N_r\} + 5$);(2)所提算法第一步额外变量个数降为 1,第二步仅需考虑单一额外变量与未知变量之间的关系,矩阵维度与发射站/接收站数目无关,从而降低了计算复杂度(现有算法需考虑较多额外变量与未知变量的关系,第二步计算复杂度与发射站或接收站个数有关)。

5.3 发射站与接收站数目分析

本小节进一步分析所提算法给出唯一解所需的发射站和接收站数目。根据第 4 节的推导,所提算法第一步通过降维思想将额外变量的个数减少到 1,总的未知变量个数为 5。因此仅利用时延观测量时,保证所提算法有唯一解需满足

$$N_t N_r \geq 5 \quad (44)$$

而对于现存闭式算法^[22,23],其未知变量的个数为 $2 \min\{N_t, N_r\} + 5$,因此现有算法需满足 $N_t N_r \geq 2 \min\{N_t, N_r\} + 5$ 才可保证有唯一解。例如,当发射站数目为 2,接收站数目为 3 或 4 时,对于现存算法而言,未知变量个数为 9,现存算法可建立的独立等式方程数目仅为 6 或 8,无法对 9 个未知量给出唯一解。而对于所提算法,未知变量个数为 5,利用 6 或 8 个独立方程可实现定位。显然,所提算法减少了定位所需的发射站或接收站数目。

6 仿真实验

本小节通过仿真实验进一步验证理论分析。仿真实验包含四个多基地声呐定位场景,前两个场景发射站以及接收站的真实位置固定^[22],具体参数同表 1。后两个仿真场景中,发射站和接收站的位置参数则根据表 3 所给坐标区域利用均匀分布随机产生^[24]。参照对比算法^[22-24],所有仿真实验中未知目标的坐标元素同样根据表 3 所给界限利用均匀分布产生,未知信号传播速度由 (1 400, 1 600) m/s 的均匀分布随机产生,时延误差,发射站和接收站位置误差,角度误差以及时钟同步误差的协方差矩阵分别设置为 $Q_n = \sigma_n^2 I_{N_t N_r}$, $Q_\beta = \sigma_\beta^2 I_{3(N_t+N_r)}$, $Q_\phi = Q_\theta = \sigma_{\text{aoa}}^2 I_{N_r}$, $Q_\delta = \sigma_\delta^2 I_{3(N_t+N_r)}$ 。仿真性能指标通过均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)进行评估,其定义式为

$$\text{RMSE}(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \|\hat{\mathbf{x}}_l - \mathbf{x}\|^2} / L \quad (45)$$

式(45)中, \mathbf{x} 表示未知目标位置或信号传播速度, $\hat{\mathbf{x}}_l$ 表示第 l 次仿真实验对 \mathbf{x} 的估计值, $L = 5\ 000$ 为蒙特卡洛仿真实验总次数。此外,联合时延和角度信息以及仅利用时延信息的平方根 CRLB 式(12)作为性能标尺也在仿真实验中一并给出。仿真实验在安装有 Matlab2018b 的笔记本电脑上运行,其 CPU 为 Intel Core i5。

表 3 位置坐标界限值

单位: m

界限	上界	下界	
发射站	x_{t_i}	3 000	-3 000
	y_{t_i}	3 000	-3 000
	z_{t_i}	1 000	0
接收站	x_{s_j}	3 000	-3 000
	y_{s_j}	3 000	-3 000
	z_{s_j}	1 000	0
未知目标	x_u	1 500	-1 500
	y_u	1 500	-1 500
	z_u	1 000	0

6.1 估计性能随时延测量误差的变化情况

本小节考虑所提算法估计性能随时延测量误差 σ_n 的变化情况,参照文献^[22-25,29],位置误差,角度误差以及时钟同步误差的标准差分别设置为 $\sigma_\beta = 0.01$ m, $\sigma_{\text{aoa}} = 1^\circ$ 以及 $\sigma = 0.1$ ms, σ_n 变化范围为 1 ms ~ 0.1 s^[22-24,29]。本小节仿真结果在图 2 中给出。根据仿真结果可得,未考虑时钟同步误差的所提算法在整个 σ_n^2 的变化范围内都无法实现 CRLB 精度。当时延测量误差大于 0.01 s 时,联合角度和时延估计可提供更低的目标位置和信号传播速度估计 RMSE。此外,利用所提算法得到目标位置和信号传播速度估计 RMSE 也低于现有算法^[22,24],这主要

是由于现有算法可能对三维场景比较敏感,从而产生较大的性能损失.

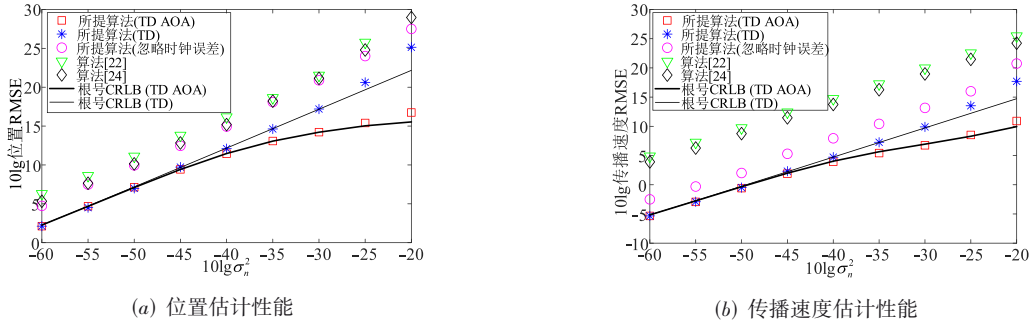


图2 估计性能随时延测量误差的变化情况

6.2 估计性能随发射站、接收站位置误差的变化情况

本小节考虑所提算法估计性能随发射站以及接收站位置误差 σ_β^2 的变化情况,时延测量误差的标准差设置为 $\sigma_n = 1$ ms,角度误差以及时钟同步误差的标准差设置同6.1节. 仿真结果如图3所示,与6.1节类似,所提算法在整个误差范围内均能提供比现有算法更低的参数估计RMSE. 随着位置误差 σ_β 的增加,联合角度信息的估计性能优势逐渐显现出来.

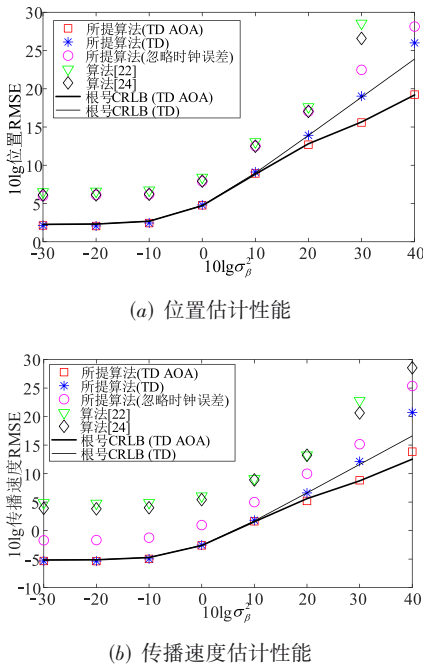


图3 估计性能位置误差的变化情况

6.3 估计性能随接收站数目的变化情况

本小节进一步评估所提算法随接收站数目的变化情况. 时延误差,位置误差,角度误差以及时钟同步误差的标准差分别设置为 $\sigma_n = 0.01$ s, $\sigma_\beta = 0.01$ m, $\sigma_{aoa} = 1^\circ$

以及 $\sigma = 1$ ms. 发射站和接收站数目分别设置为 $N_t = 2$ 和 $N_r = 3, 5, \dots, 19$. 根据图4仿真结果可得,即使在发射站和接收站数目较少的情况下 ($N_t = 2, N_r = 3$),所提算法得到的位置和信号传播速度RMSE也十分接近CRLB精度;现有算法则由于具有较多的辅助变量,在发射站和接收站数目较少的情况下无法给出唯一解,从而引起较大的性能损失.

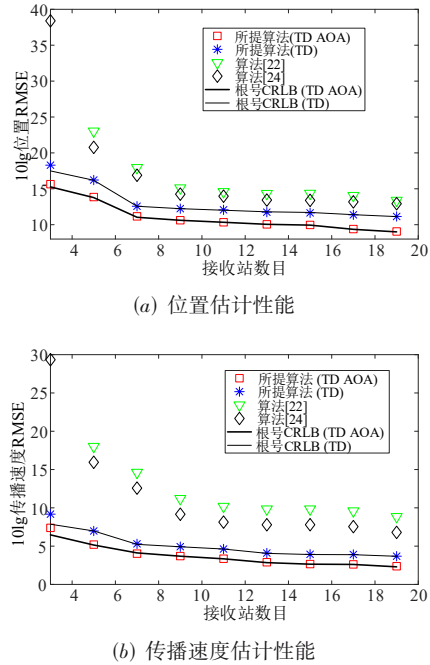


图4 估计性能随接收站数目的变化情况

6.4 误差累积分布函数对比情况

本小节给出所提算法与现有算法^[22,24]估计误差累积分布函数(Cumulative Density Function, CDF)的对比情况,现有算法两条路径的时延协方差矩阵以及位置误差协方差矩阵分别设置为 $\mathbf{Q}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_t N_r}$ 和 $\mathbf{Q}_\beta = \sigma_\beta^2 \mathbf{I}_{3(N_t + N_r)}$. 另外,各个测量值误差标准差的设置与6.3

节保持一致. 实验结果如图 5 所示. 与现存算法相比, 仅利用时延观测的所提算法可提供更低的位置和信号传播速度估计误差. 造成这种现象的主要原因可能是现有算法^[22,24]对随机配置场景较为敏感, 遭受阈值效应或陷入了局部最优解.

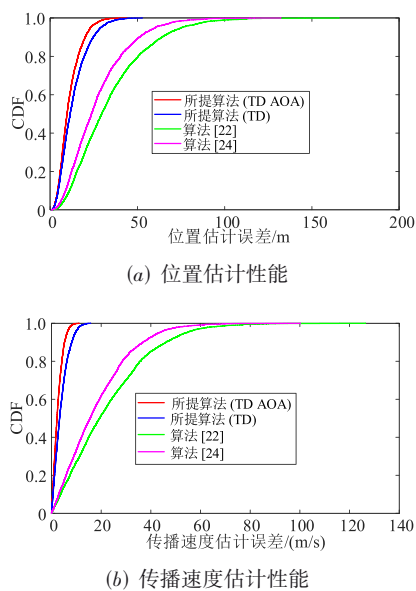


图5 不同算法 CDF 对比情况

7 结论

本文对未知信号传播速度下存在时钟同步误差和传感器位置误差的多基地定位问题开展研究, 提出一种新的闭式算法. 理论分析和仿真实验证明了所提算法在合理的误差条件下可实现 CRLB, 同时表明所提算法在较小数目发射站和接收站场景下可实现定位, 且目标位置和信号传播速度估计均方根误差均优于现有算法.

参考文献

- [1] ZHANG Y, HO K C. Multistatic moving object localization by a moving transmitter of unknown location and offset[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68: 4438-4453.
- [2] 赵勇胜, 赵拥军, 赵闯. 基于双基地距离的多站多外辐射源无源定位算法[J]. 电子学报, 2018, 46(12): 2840-2847. ZHAO Y S, ZHAO Y J, ZHAO C. Multi-transmitter multi-receiver passive location using bistatic range measurements [J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(12): 2840-2847. (in Chinese)
- [3] YU Z H, LI J, GUO Q H, et al. Efficient direct target localization for distributed MIMO radar with expectation propagation and belief propagation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 4055-4068.
- [4] YANG L, YANG L, HO K C. Moving target localization in multistatic sonar by differential delays and Doppler shifts[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(9): 1160-1164.
- [5] SHEN J Y, MOLISCH A F, SALMI J. Accurate passive location estimation using TOA measurements[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(6): 2182-2192.
- [6] ZHAO Y S, ZHAO Y J, ZHAO C. A novel algebraic solution for moving target localization in multi-transmitter multi-receiver passive radar[J]. Signal Processing, 2018, 14: 303-310.
- [7] SUN T, YU Z H. Moving target localization in distributed MIMO radar systems with sensor position errors in the presence of a calibration object[J]. Digital Signal Processing, 2022, 131: 103751.
- [8] AMIRI R, BEHNIA F, ZAMANI H. Asymptotically efficient target localization from bistatic range measurements in distributed MIMO radars[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2017, 24(3): 299-303.
- [9] SONG H B, WEN G J, ZHU L X. An approximately efficient estimator for moving target localization in distributed MIMO radar systems in presence of sensor location errors [J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(2): 931-938.
- [10] NOROOZI A, SEBT M ALI. Algebraic solution for three-dimensional TDOA/AOA localisation in multiple-input-multiple-output passive radar[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2018, 12(1): 21-29.
- [11] KAZEMI S A R, AMIRI R, BEHNIA F. Efficient closed-form solution for 3-D hybrid localization in multistatic radars[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic System, 2021, 57(6): 3886-3895.
- [12] MALANOWSK M, KULPA K. Two methods for target localization in multistatic passive radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic System, 2012, 48(1): 572-580.
- [13] ZHAO Y S, LIU Z X, HU D X, et al. Target localisation from bistatic range measurements in multistatic passive radar using MDS[J]. Journal of Engineering, 2019, 2019 (19): 5770-5774.
- [14] ZHANG F R, SUN Y M, ZOU J F, et al. Closed-form localization method for moving target in passive multistatic radar network[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(2): 980-990.
- [15] GODRICH H, HAIMOVICH A M, BLUM R S. Target

localization accuracy gain in MIMO radar-based systems [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(6): 2783-2803.

- [16] AMIRI R, BEHNIA F, NOROOZI A. Efficient joint moving target and antenna localization in distributed MIMO radars[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019, 18(9): 4425-4435.
- [17] SUN T, DONG C X, MAO Y, et al. Moving target localization in multiple-input multiple-output radar systems without the prior knowledge of measurement noise powers[J]. IEEE Communication Letters, 2020, 24(9): 1957-1960.
- [18] KAY S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1993.
- [19] 陈嘉兴, 程杰, 董云玲, 等. 基于弯曲声线和测距修正的水下节点定位算法[J]. 电子学报, 2022, 50(7): 1567-1572.
- CHEN J X, CHENG J, DONG Y L, et al. Underwater node localization algorithm based on ranging correction and curved sound ray[J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(7): 1567-1572. (in Chinese)
- [20] AKYILDIZ I F, STUNTEBECK E P. Wireless underground sensor networks: Research challenges[J]. Ad Hoc Networks, 2006, 4(6): 669-686.
- [21] LUI K W K, MA W K, SO H, et al. Semi-definite programming algorithms for sensor network node localization with uncertainties in anchor positions and/or propagation speed[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(2): 752-763.
- [22] RUI L Y, HO K C. Efficient closed-form estimators for multistatic sonar localization[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2015, 51(1): 600-614.
- [23] 范超, 王鼎, 杨宾, 等. 信号传播速度未知水下多基地声呐定位算法[J]. 兵工学报, 2022, 43(3): 637-652.
- FAN C, WANG D, YANG B, et al. An algorithm for underwater target localization of multistatic sonar system with unknown signal propagation speed[J]. Acta Armamentarii, 2022, 43(3): 637-652. (in Chinese)
- [24] YANG S L, WANG G, HO K C. Noise resilient solution and its analysis for multistatic localization using differential arrival times[J]. Signal Processing, 2021, 188: 1-16.
- [25] AMIRI R, KAZEMI S A R, BEHNIA F, et al. Efficient elliptic localization in the presence of antenna position uncertainties and clock parameter imperfections[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(10): 9797-9805.

- [26] HU D X, HUAN Z, ZHANG S Y, et al. Joint TDOA, FDOA and differential Doppler rate estimation method and its performance analysis[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2018, 31(1): 137-147.
- [27] DONG Y Y, DONG C X, LIU W, et al. 2-D DOA estimation for L-shaped array with array aperture and snapshots extension techniques, 2017, 24(4): 495-499.
- [28] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- ZHANG X D. Matrix Analysis and Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)
- [29] JIA T Y, HO K C, WANG H Y, et al. Localization of a moving object with sensors in motion by time delays and Doppler shifts[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68: 5824-5841.

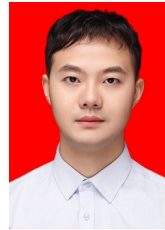
作者简介



孙 霆 男, 1994年1月出生于山西省汾阳市. 现为长安大学信息工程学院讲师. 主要研究方向为雷达对抗、无源定位及多基地定位. 中国电子学会会员: E190087617M.
E-mail: suntng123aa@126.com



王 威(通讯作者) 男, 1981年9月出生于湖北省荆门市. 现为长安大学信息工程学院教授、博士生导师, 2017年入选国家级青年人才. 主要研究方向为车联网定位导航技术、通信感知一体化.
E-mail: wei.wang@chd.edu.cn



陈 鹏 男, 1992年4月出生于安徽省合肥市. 现为长安大学信息工程学院讲师、硕士生导师. 主要研究方向为阵列信号处理、声学信号处理.
E-mail: pchen@chd.edu.cn



高靖洁 女, 1988年8月出生于陕西省西安市. 现为长安大学信息工程学院讲师、硕士生导师. 主要研究方向为无线网络通信、定位及导航.
E-mail: gaojingjie@chd.edu.cn